

Streszczenie

W niniejszej rozprawie doktorskiej opracowano i przeanalizowano algorytmy rozszerzonego lagranżianu (inaczej algorytmy mnożników Lagrange'a) dla dużych, separowalnych i niewypukłych zadań optymalizacji, z zastosowaniem do uogólnionego routingu sieciowego oraz uczenia maszynowego. Takie zadania obejmują globalny cel podlegający ograniczeniom wiążącym wiele podzadań (podsystemów) i pojawiają się na przykład w energooszczędnych sieciach telekomunikacyjnych, odzyskiwaniu rzadkich sygnałów i obliczeniach rozproszonych związanych z klastrami.

Najpierw przeprowadzono kompleksowe badania empiryczne istniejących metod mnożników Lagrange'a wykorzystujących dekompozycję (klasyczna dekompozycja dualna, ADMM, metody Tatjewskiego, Bertsekasa i SALA) na wybranych zadaniach niewypukłych. Przeprowadzone eksperymenty wskazują, że metoda Bertsekasa rozszerzenia lagranżianu o składnik proksymalny daje najlepszą jakość rozwiązania, skalowalność i szybkość zbieżności. Opierając się na tym odkryciu, sednem rozprawy stało się opracowanie nowego asynchronicznego wariantu algorytmu dekompozycji Bertsekasa.

Ten asynchroniczny algorytm pozwala węzłom obliczeniowym aktualizować zmienne lokalne bez globalnej synchronizacji, wykorzystując potencjalnie nieaktualne informacje. Reguły aktualizacji zostały sformalizowane w ramach modelu obliczeniowego z ograniczonym opóźnieniem, dla którego wyprowadzono rygorystyczną analizę zbieżności. Pod standardowymi warunkami regularności (gładkość, ciągłość gradientów Lipschitza i kwalifikacje ograniczeń) i przy ograniczonych opóźnieniach, iteracje są zbieżne do punktu Karusha-Kuhna-Tuckera oryginalnego zadania niewypukłego. Metoda ta została również rozszerzona w celu obsługi w ramach rozszerzonego lagranżianu ogólnych ograniczeń, w tym nierówności i mieszanych ograniczeń ze zmiennymi całkowitoliczbowymi.

Algorytmy zostały zweryfikowane poprzez obszerne eksperymenty numeryczne na syntetycznych benchmarkach i rzeczywistych zbiorach danych. Przykłady zastosowań obejmują jednoczesny routing i alokację przepustowości w sieciach energooszczędnych, rozwiązywanie dużych, rzadkich układów równań liniowych i rozproszone grupowanie metodą K-środków. W każdym przypadku asynchroniczna metoda Bertsekasa osiąga wartości docelowe porównywalne z implementacją synchroniczną, jednocześnie znacznie skracając czas obliczeń wraz ze wzrostem stopnia równoleglenia.

Niniejsza rozprawa doktorska identyfikuje najbardziej efektywny schemat dekompozycji rozszerzonego lagranżianu dla separowalnej optymalizacji niewypukłej i rozszerza go do asynchronicznej struktury równoległej z możliwymi do udowodnienia gwarancjami zbieżności. Praca ta rozwija teorię i praktykę rozproszonej optymalizacji na dużą skalę, pokazując jak asynchroniczne metody mnożników Lagrange'a mogą wykorzystać obliczenia równoległe do

bardziej efektywnego rozwiązywania złożonych zadań sieciowych i uczenia maszynowego.

Słowa kluczowe: Zbieżność asynchroniczna, metoda rozszerzonego lagranżianu Bertsekasa, optymalizacja niewypukła, obliczenia rozproszone, wydajność obliczeniowa, skalowalność, ulepszenia algorytmiczne, uczenie maszynowe, optymalizacja wielowymiarowa, rozszerzony lagranżian, optymalizacja, uczenie maszynowe, metoda mnożników o naprzemiennym kierunku, obliczenia równoległe, optymalizacja wypukła i niewypukła, ADMM, obliczenia rozproszone, klasteryzacja, maszyna wektorów nośnych, lasso, regresja, optymalizacja niewypukła, metoda mnożników, zadania separowalne, optymalizacja sieci, MINLP, zadania NP-trudne, relaksacja Lagrange'a